

Dreiklangdreiecke

Thomas Noll

Seit der Antike benutzt man das Monochord als ein Medium zur Vermittlung musiktheoretischen Wissens. Über einem Resonanzkasten wird eine Saite mit einer festen Grundtonhöhe gespannt. Wenn man bei unveränderter Saitenspannung die Saite mit einem Steg in zwei Teile teilt, so kann man die Abhängigkeit der Tonhöhen von den Längen der Saitenteile untersuchen.

Die Entdeckung, daß einfache Längenverhältnisse wie 1:2, 2:3, 3:4 auch elementaren musikalischen Intervallen entsprechen, muß der Überlieferung nach die Pythagoräer zu weitreichenden Interpretationen inspiriert haben. Einige Kommentatoren sehen in dieser Entdeckung die Geburtsstunde der Wissenschaft schlechthin.

Während also das theoretische und praktische Studium der musikalischen Intervalle auf eine Jahrtausend alte ehrwürdige Geschichte zurückblicken kann, handelt es sich bei den Dur- und Molldreiklängen um recht junge Gegenstände, die zumindest in der Theorie erst seit 400 Jahren diskutiert werden.

Im Jahre 1612 prägte der Theologe und Musiktheoretiker Johannes Lippius den Begriff der *Trias Harmonica*. Er argumentierte, dass eine Reihe von Zusammenklängen, die wir heute als Dreiklangsumkehrungen bezeichnen, sämtlich als Erscheinungen jenes abstrakten Gegenstandes anzusehen sind. Lippius sah in der *Trias Harmonica* nichts weniger als einen musikalischen Ausdruck der heiligen Dreifaltigkeit.

Die von Bernhard Ganter entwickelten Dreiklangdreiecke verknüpfen auf originelle Weise die Auffassung von den Dreiklängen als eigenständigen musiktheoretischen Objekten mit der didaktischen Tradition des Monochords. In jedem der sechs Dreiklangdreiecke ist jeweils eine um das ganze Dreieck gespannte Saite in drei verschieden lange Teilstücke geteilt. Drei drehbare Zylinder in zwei der drei Ecken sorgen dafür, daß die Spannung der Saite auf den Teilstücken mehr oder weniger ausgeglichen ist. Dadurch sind die Längen der betreffenden Dreiecksseiten umgekehrt proportional zu den Frequenzen der damit gespielten Töne. Jedes der sechs Dreiklangdreiecke vermittelt geometrisch und akustisch die Intervalle einer Dreiklangsumkehrung eines Dur- oder Molldreiklangs. Die konkreten Verhältnisse können in der folgenden Tabelle entnommen werden.

Bezeichnung	Längenverhältnisse	Frequenz-Verhältnisse
Durdreiklang in Grundstellung	15 : 12 : 10	4 : 5 : 6
Durdreiklang in erster Umkehrung (Sextakkord)	24 : 20 : 15	5 : 6 : 8
Durdreiklang in zweiter Umkehrung (Quartsextakkord)	20 : 15 : 12	3 : 4 : 5
Mollreiklang in Grundstellung	6 : 5 : 4	1/6 : 1/5 : 1/4
Mollreiklang in erster Umkehrung (Sextakkord)	5 : 4 : 3	1/5 : 1/4 : 1/3
Molldreiklang in zweiter Umkehrung (Quartsextakkord)	8 : 6 : 5	1/8 : 1/6 : 1/5

Zur Erklärung der prominenten Rolle der Dur- und Molldreiklänge für die Musik der harmonischen Tonalität wird gern ihre Konsonanz herangezogen, die ihrerseits mit kleinen Zahlenverhältnissen in Verbindung gebracht wird. Im Rahmen der Psycho-Akustik nach Hermann von Helmholtz erfährt diese Auffassung sogar eine gewisse Bestätigung, zumindest für Klänge mit harmonischen Spektren.

Allerdings eignen sich die psychoakustischen Eigenschaften von Klängen wiederum nur sehr bedingt für eine Erklärung ihrer musikalischen Verwendung. Hier sei auf einen einschlägig bekannten Problemfall hingewiesen, in denen psychoakustische und musikalische Kriterien bei der Verwendung des Begriffs der Konsonanz bzw. Dissonanz deutlich voneinander abweichen. Hinsichtlich seiner Frequenzverhältnisse ist der Dur-Quartsextakkord 3:4:5 offensichtlich einfacher gebaut als der Durdreiklang in Grundstellung 4:5:6. Im Kontrapunkt gilt jedoch der Durdreiklang in Grundstellung als Konsonanz, wogegen der Quartsextakkord als Vorhaltsdissonanz oder Durchgangsakkord eine sensible Behandlung erfordert und insbesondere in eine Konsonanz aufgelöst werden muß.

Hinweise zu anderen Exponenten:

- 1: Zwei der sechs Dreiklangsumkehrungen lassen sich auch am Exponat "Galileo" studieren: der Dur-Dreiklang in Grundstellung 4:5:6 (Pendel 1, 2, 4) und in erster Umkehrung 5:6:8 (Pendel 2, 4, 5).
- 2: Die Kombinatorik der Dur- und Moll-Dreiklänge mit gemeinsamen Akkordtönen wird durch das Exponat "Dreiklangspolyeder" illustriert.
- 3: Die Kombinatorik der leitereigenen Dreiklänge mit gemeinsamen Akkordtönen und ihrer Umkehrungen wird anhand der "Stimmenkreisel"-Choreographie am Exponent "Tonkreisel" illustriert.