

# Goldener Schnitt

Der Goldene Schnitt (lateinisch: *sectio aurea*) oder auch „Göttliche Teilung“ (lateinisch: *proportio divina*) besteht in der Teilung einer Strecke  $\overline{AB}$  in zwei Teilstrecken, so dass sich die größere Teilstrecke  $\overline{AM}$  zu der kleineren Teilstrecke  $\overline{MB}$  verhält wie die gesamte Strecke  $\overline{AB}$  zur größeren Teilstrecke  $\overline{AM}$ :



Als Gleichung ausgedrückt, heißt das

$$\overline{AM} : \overline{MB} = \overline{AB} : \overline{AM}.$$

Diese Teilung einer Strecke im Verhältnis des Goldenen Schnitts ist seit Jahrtausenden bekannt und ist bis heute in Architektur und Kunst als ästhetisches Prinzip von besonderer Bedeutung. Die erste erhalten gebliebene genaue Beschreibung des Goldenen Schnittes stammt von Euklid (ca. 300 v.Chr.). Der Franziskanermönch Luca Pacioli di Borgo San Sepolcro (1445–1514), der im italienischen Perugia Mathematik lehrte, nannte diese Teilung die „Göttliche Teilung“. Die erste bekannte Berechnung des Goldenen Schnittes als näherungsweise 1,6180340 für das Verhältnis der längeren Strecke  $\overline{AM}$  zur kürzeren Strecke  $\overline{MB}$  teilte der Tübinger Professor Maestlin im Jahre 1597 seinem früheren Schüler Johannes Kepler (1571–1630) mit.

Die heute übliche Bezeichnung *Goldener Schnitt* findet sich allerdings erstmalig in einem Mathematik-Lehrbuch von 1835, das von Martin Ohm (1792–1872) herausgegeben wurde.

Der Goldene Schnitt spielt sowohl in der Architektur, als auch in der bildenden Kunst eine erhebliche Rolle. So folgen viele Bauwerke der Antike (z.B. die Vorderfront des um 440 v.Chr. erbauten Parthenon-Tempels der Athener Akropolis), aber auch berühmte Bauwerke in späteren Jahrhunderten (z.B. die Torhalle des Klosters Lorsch (um 770), der Dom von Florenz (1294 Baubeginn), Notre Dame zu Paris (1163–1345) und das Alte Rathaus in Leipzig (1556–57) in ihren Proportionen dem Goldenen Schnitt (bei letzterem sind es die Abstände des Einganges unter dem Turm zu den beiden Seiten des Bauwerkes).

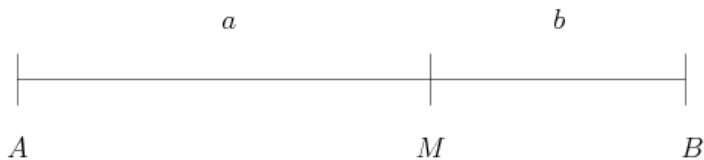
Außerdem werden zahlreiche Skulpturen griechischer Bildhauer der Antike als Zeugnisse für die Verwendung des Goldenen Schnitts angesehen, ebenso wie eine Reihe von Gemälden der Renaissance, u.a. die von Raffael, Leonardo da Vinci und Albrecht Dürer (z.B.

sein Selbstbildnis von 1500 und der Kupferstich „Melencolia“ von 1514).

Der Goldene Schnitt findet auch deshalb immer wieder Bewunderung, weil er in der Natur zu beobachten ist, wie etwa bei der fünfzähligen Symmetrie von Glockenblumen, beim Efeuaralienblatt und dem Seestern. Auch am Körper des Menschen sind eine Reihe von Proportionen zu finden, die mit dem Goldenen Schnitt verbunden sind. Sie wurden erstmalig systematisch von Adolph Zeisig in der Mitte des 19. Jahrhunderts studiert. Berühmt geworden ist insbesondere die Tatsache, dass am menschlichen Körper der Bauchnabel die Körpergröße als Goldenen Schnitt teilt (Experiment im ERLEBNIS-LAND „Goldener Schnitt“).

**Und nun...**

**...die Mathematik dazu:**



Bezeichnet man die Strecken

$$a := \overline{AM} \text{ und } b := \overline{MB}, \text{ so ist } \overline{AB} = a + b.$$

Aus der Beziehung (s.o.)

$$\overline{AM} : \overline{MB} = \overline{AB} : \overline{AM}$$

folgt dann

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}.$$

Also ist

$$a^2 = ab + b^2$$

und damit nach Division durch  $b^2$

$$\frac{a^2}{b^2} = \frac{a}{b} + 1.$$

Für  $\Phi := \frac{a}{b}$  (sog. Goldene Zahl) ergibt sich dann die quadratische Gleichung

$$\Phi^2 - \Phi - 1 = 0$$

mit der positiven Lösung

$$\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,6180\dots$$

Das heißt, das Verhältnis der längeren Teilstrecke  $\overline{AM}$  zur kürzeren Teilstrecke  $\overline{MB}$  ist beim Goldenen Schnitt die Goldene Zahl  $\Phi = 1,6180\dots$

## Literatur

- [1] Pacioli, L.: *Divina Proportione*, Venedig 1509
- [2] Beutelspacher, A., und Petri, B.: *Der Goldene Schnitt*, Heidelberg, Berlin, Oxford 1996
- [3] Hemenway, P.: *Divine Proportion. Phi in Art, Nature and Science*, New York 2005