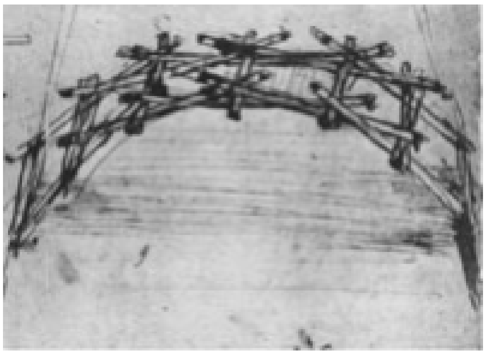
Leonardo-Brücke

Dem italienischen Bildhauer und Kunstsammler am spanischen Hofe Philipps II., Pompeo Leoni (1533–1608), ist es zu verdanken, dass der künstlerische und wissenschaftliche Nachlass des überragenden Künstlers und Wissenschaftlers der Renaissance, Leonardo da Vinci (1452–1519), im sogenannten Codex Atlanticus gesammelt, bis auf den heutigen Tage erhalten ist. In diesem Codex, der in der Ambrosianischen Bibliothek in Mailand aufbewahrt wird, finden sich auch einige Zeichnungen, mit denen Leonardo eine außergewöhnliche Brücke konstruiert hat. Die „Leonardo–Brücke“ ist ausschließlich aus Brettern zusammengesetzt, ohne dass diese mittels Dübeln, Schrauben, Nägeln, Seilen oder Klebstoff verbunden sind. Selbstverständlich sind die einzelnen Bretter kürzer, als das zu überspannende Hindernis – zum Beispiel ein Fluss – ist.



Die Stabilität einer derartigen Brücke ergibt sich allein aus der Lage der einzelnen sich gegenseitig stützenden Bretter. Die „Anleitung zur Konstruktion sehr leichter und leicht transportabler Brücken, mit denen der Feind verfolgt und in die Flucht geschlagen werden kann“ (Leonardo da Vinci, 1483) war nicht die einzige Erfindung des Künstlers, der die „Mona Lisa“ gemalt hat. Das Universalgenie Leonardo entwarf unter anderem auch Schleusentore, Spinnmaschinen und Schaufelradboote.

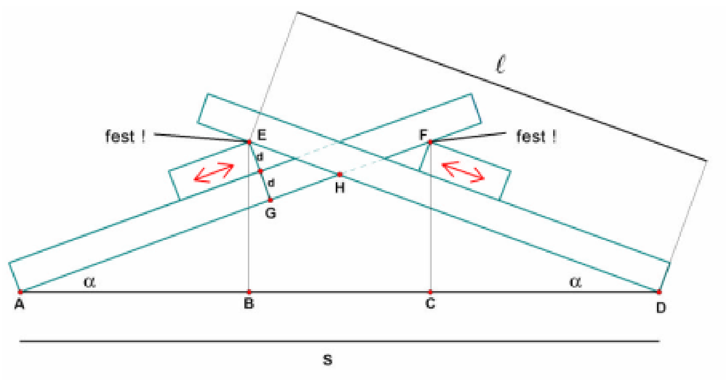
Und nun...

...die Mathematik dazu:

Die kleinste Brücke, die man nach dem von Leonardo da Vinci erdachten Prinzip aufbauen kann, besteht aus acht Brettern. Eine jede Erweiterung erfordert 4 neue Bretter.

Natürlich ist dabei die Frage von besonderem Interesse, wie groß die Spannweite der

Leonardo–Brücke maximal werden kann. Für die kleinste Brücke ergibt sich anhand der folgenden Skizze (vgl. H. Humenberger):



Die Spannweite $|S|$ lässt sich demnach in folgender Weise bestimmen:

$$|S| = |AD| = |AC| + |BD| - |BC|$$

d.h.

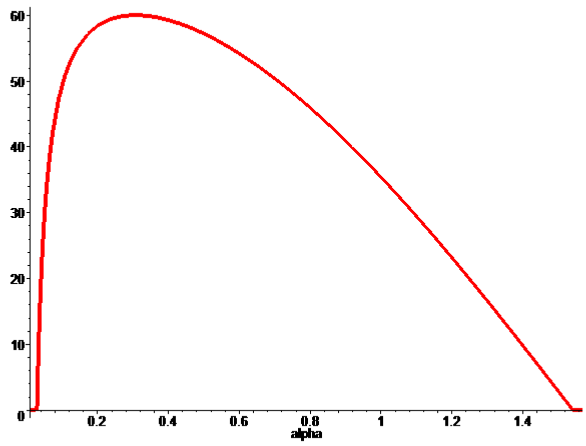
$$|S| = 2 \cdot |AC| - |EF|.$$

Also ist

$$|S| = S(\alpha) = 2l \cdot \cos(\alpha) - \frac{2d}{\sin(\alpha)}.$$

Speziell für $l = 35$ und $d = 1.01$ ergibt sich die folgende graphische Darstellung der Funktion

$$|S| = S(\alpha) \quad \text{mit} \quad \alpha_{\min} < \alpha < \alpha_{\max} \quad \text{im Bogenmaß.}$$



Den maximalen Wert für $|S|$ findet man in diesem speziellen Fall für

$$\alpha = 0,30666 \quad \text{im Bogenmaß, d.h. } 17,57^\circ.$$

Allgemein ist der (optimale) Wert des Anstiegswinkels

$$\alpha = \alpha_{\text{opt}},$$

der zu einer maximalen Reichweite $|S|$ führt, eine Lösung der Gleichung

$$d \cdot \cos(\alpha) = l \cdot \sin^3(\alpha).$$

Literatur

[1] Beutelspacher, A. u.a.: *mathematik zum anfassen,* Mathematikum, Gießen 2005

[2] Humenberger, H.: *Die Leonardo-Brücke. Mathematische und praktische Aktivitäten rund um die Leonardo-Brücke.* In: „Der Mathematikunterricht“ 57, 4, S.34-54 (2011)

[3] Zöllner, F.: *Leonardo da Vinci,* Kölln 2006